

**„ADOLF HAIMOVICI” ALKALMAZOTT MATEMATIKA VERSENY**

**KÖRZETI SZAKASZ**

**2020. február 8.**

**X . OSZTÁLY**

**( 4 órás program)**

- 1.) Adott  $z = \frac{\sqrt{3}+i}{1-i} \in \mathbb{C}$ . Határozd meg az  $x \in \mathbb{C}$  számot, amelyre  $x^3 + z^{12} = 0$ .
- 2.) Oldjátok meg  $\log_2(x+1) \cdot \log_2(x-1) = \log_2(x^3 + x^2 - x - 1) - 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$  egyenletet!
- 3.) Oldjátok meg a valós számok halmazán az  $x^3 = 6 + \sqrt[3]{x+6}$  egyenletet!
- 4.) a) Legyenek  $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$  úgy, hogy  $z_1 + z_2 + z_3 \neq 0$ ,  $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0$  és  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ .  
Mutassátok ki, hogy  $|z_1 + z_2 + z_3| = 2$ .  
b) Ha  $z_k \in \mathbb{C}$  a  $|z|^2 + \bar{z} = 1 - i$  egyenlet gyökei számítsátok ki  $z_k^{8n}$ ,  $n \geq 1$ ,  $k \in \{1, 2\}$ .

**Megjegyzés:**

**Minden feladat kötelező.**

**Minden feladat 10 pontot ér.**

**Munkaidő 3 óra**